

C5.6 Consecința Ecuației Schrödinger. Conservarea Densității Curentului de Probabilitate

TEOREMĂ: Ecuația Schrödinger este compatibilă cu conservarea sarcinii la nivelul densității de probabilitate.

Se consideră cele două forme ale ecuației Schrödinger temporală (directă și conjugată) implicând funcția de undă și conjugata acesteia

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\psi^*\nabla^2\psi + V\psi^*\psi = i\hbar\psi^*\partial_t\psi; \quad -\frac{\hbar^2}{2m_0}\psi\nabla^2\psi^* + V\psi\psi^* = -i\hbar\psi\partial_t\psi^*$$

Diferența ecuațiilor de mai sus conduce la expresia

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}(\psi^*\nabla^2\psi - \psi\nabla^2\psi^*) = i\hbar(\psi^*\partial_t\psi + \psi\partial_t\psi^*)$$

care poate fi rearanjată și astfel

$$\frac{i\hbar}{2m_0}\nabla(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) = \partial_t(\psi^*\psi)$$

Acum, înlocuind densitatea de probabilitate electronică

$$\rho_e = (-e)\psi^*\psi$$

și prin identificarea curentului densității de probabilitate electronică

$$\mathbf{j}_e = (-e)\mathbf{j} = (-e)\frac{i\hbar}{2m_0}(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi)$$

se obține imediat legea conservării densității de probabilitate de sarcină

$$\partial_t\rho_e + \text{div}\mathbf{j} = 0$$

cea ce corespunde la nivel cuantic legii electromagnetice pentru conservarea curentului (de sarcină).